

# Εκθετική - Λογάριθμοι



kostas@gaitanos.com

## Δυνάμεις με ρητό εκθέτη

Αν  $a > 0$ ,  $\mu$  ακέραιος και  $\nu$  θετικός ακέραιος, τότε:

$$a^{\frac{\mu}{\nu}} = \sqrt[\nu]{a^{\mu}}$$

## Βασικές Ιδιότητες Δυνάμεων

Αν  $a, \beta$  είναι θετικοί πραγματικοί αριθμοί και  $x, x_1, x_2 \in \mathbb{R}$ , τότε:

$$a^{x_1} \cdot a^{x_2} = a^{x_1 + x_2}$$

$$\frac{a^{x_1}}{a^{x_2}} = a^{x_1 - x_2}$$

$$(a^{x_1})^{x_2} = a^{x_1 \cdot x_2}$$

$$(a \cdot \beta)^x = a^x \cdot \beta^x$$

$$\left(\frac{a}{\beta}\right)^x = \frac{a^x}{\beta^x}$$

## Εκθετική Συνάρτηση

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με  $f(x) = a^x$ ,  $a > 0$  και  $a \neq 1$

$$a > 1$$

$$0 < a < 1$$

$$a^{x_1} = a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 = x_2$$

$$a^{x_1} \leq a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 \leq x_2$$

$$a^{x_1} \leq a^{x_2} \Leftrightarrow x_1 \geq x_2$$

## Ο αριθμός $e$

$$e \approx 2,718$$

## Ο νόμος της εκθετικής μεταβολής

$$Q(t) = Q_0 \cdot e^{ct}$$

## Η έννοια του λογαρίθμου

$$a^x = \theta \Leftrightarrow x = \log_a \theta$$

$$\log_a a^x = x$$

$$a^{\log_a \theta} = \theta$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

## Ιδιότητες λογαρίθμων

$$\log_a (\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$$

$$\log_a \left(\frac{\theta_1}{\theta_2}\right) = \log_a \theta_1 - \log_a \theta_2$$

$$\log_a \theta^k = k \cdot \log_a \theta$$

## Δεκαδικός λογάριθμος

$$\log \theta = x \Leftrightarrow 10^x = \theta$$

## Φυσικός λογάριθμος

$$\ln \theta = x \Leftrightarrow e^x = \theta$$

## Αλλαγή βάσης

$$\log_{\beta} \theta = \frac{\log_a \theta}{\log_a \beta}$$