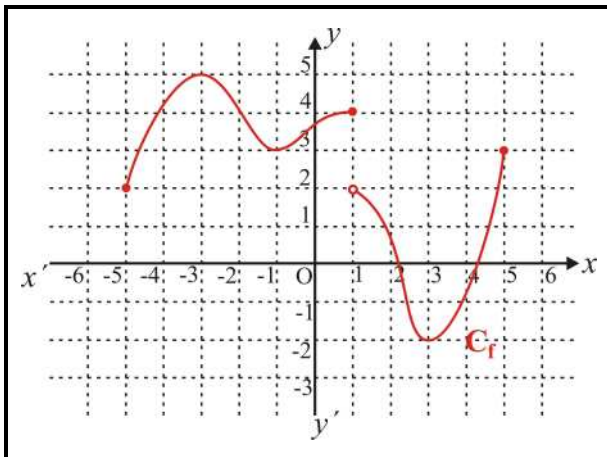
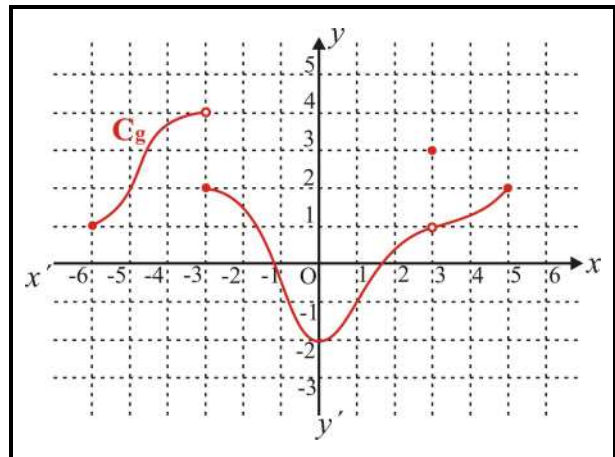


**1.1 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ - Όριο & Συνέχεια Συνάρτησης**

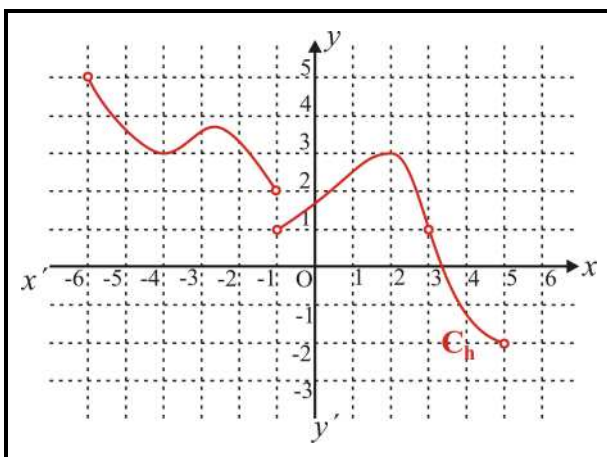
- Το **όριο**  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell$  σημαίνει ότι καθώς τα  $x$  «τείνουν» (δηλ. πλησιάζουν όσο κοντά θέλουμε) προς την τιμή  $x_0$ , τότε τα  $y$  (δηλ. τα  $f(x)$ ) θα «τείνουν» προς την τιμή  $\ell$ .
- Μία συνάρτηση  $f : A_f \rightarrow \mathbb{R}$  λέγεται **συνεχής στο σημείο**  $x_0 \in A_f$ , αν ισχύει  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$ .
- Μία συνάρτηση  $f : A_f \rightarrow \mathbb{R}$  λέγεται **συνεχής** αν είναι συνεχής σε όλα τα σημεία του πεδίου ορισμού της  $A_f$ .



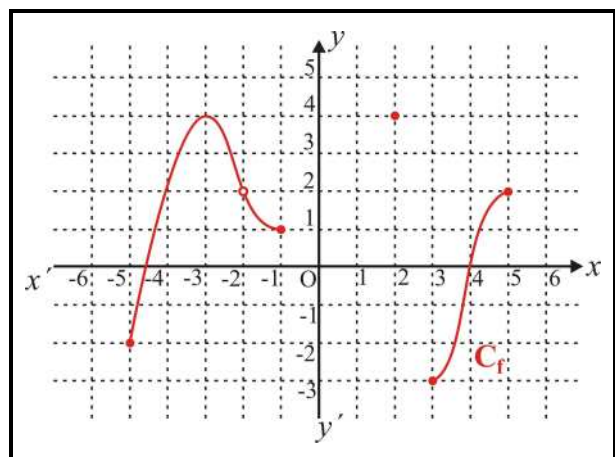
|                                  |                                  |                                 |
|----------------------------------|----------------------------------|---------------------------------|
| $A_f =$                          |                                  |                                 |
| $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) =$ | $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$  | $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) =$ |
| $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$ | $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$ | $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) =$ |
| Σημεία ασυνέχειας:               |                                  |                                 |



|                                 |                                  |                                  |
|---------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| $A_g =$                         |                                  |                                  |
| $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) =$ | $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) =$  | $\lim_{x \rightarrow -6} g(x) =$ |
| $\lim_{x \rightarrow 5} g(x) =$ | $\lim_{x \rightarrow -5} g(x) =$ | $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) =$  |
| Σημεία ασυνέχειας:              |                                  |                                  |



|                                  |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| $A_h =$                          |                                  |                                  |
| $\lim_{x \rightarrow -6} h(x) =$ | $\lim_{x \rightarrow -4} h(x) =$ | $\lim_{x \rightarrow -1} h(x) =$ |
| $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) =$  | $\lim_{x \rightarrow 3} h(x) =$  | $\lim_{x \rightarrow 5} h(x) =$  |
| Σημεία ασυνέχειας:               |                                  |                                  |



|                                  |                                  |                                  |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| $A_f =$                          |                                  |                                  |
| $\lim_{x \rightarrow -5} f(x) =$ | $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) =$ | $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) =$ |
| $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) =$ | $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) =$  | $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) =$  |
| Σημεία ασυνέχειας:               |                                  |                                  |

### Ιδιότητες Ορίων

Αν για τις συναρτήσεις  $f$  και  $g$  ισχύει  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell_1$  και  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \ell_2$ , όπου  $\ell_1, \ell_2 \in \mathfrak{R}$ , τότε:

- $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) + g(x)) = \ell_1 + \ell_2$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} (k \cdot f(x)) = k \cdot \ell_1$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x) \cdot g(x)) = \ell_1 \cdot \ell_2$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} \left( \frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{\ell_1}{\ell_2}$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} (f(x))^v = \ell_1^v$
- $\lim_{x \rightarrow x_0} (\sqrt[v]{f(x)}) = \sqrt[v]{\ell_1}$

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

1. Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

- i)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5x + 2}{|x| - 2}$       ii)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x - 2 + \sqrt{x^2 + 4}}{3x^2 + 5}$       iii)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{|x+1| - |x-1|}{|x+1| + |x-1|}$
- iv)  $\lim_{x \rightarrow 2} \left[ (2x - 3)^{25} \cdot \sqrt[3]{x^2 + 1 + |13x - 4|} \right]$

2. Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

- i)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{5x - 15}{x^2 - 9}$       ii)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 1}{6x^2 - 6}$       iii)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 - 16}{x^3 + 8}$
- iv)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 16}{8 - 2x}$       v)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + x - 4}{x^2 - 1}$       vi)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^2 + 1}{x^3 + 3x^2 - 6x + 2}$

3. Να βρείτε τα παρακάτω όρια:

- i)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{9 - x^2}{\sqrt{3x} - 3}$       ii)  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 3}{2x - 18}$       iii)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x-3} - 1}{\sqrt{x} - 2}$
- iv)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$       v)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - 3}{\sqrt{x+1} - x + 1}$       vi)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{5+x} - 3}{\sqrt{5-x} - \sqrt{x-3}}$