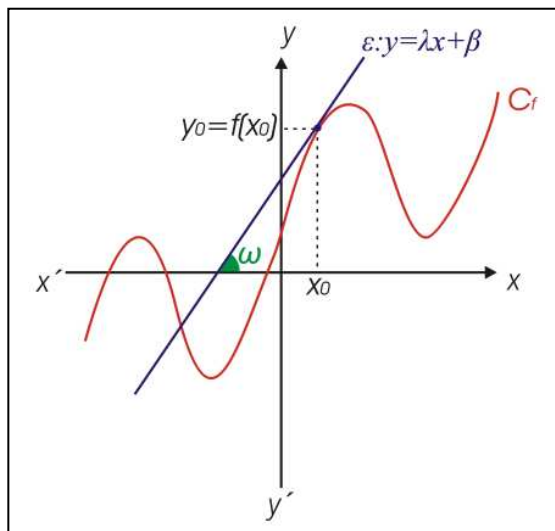


1.2 ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ - Η έννοια της παραγώγου

$$\lambda_\varepsilon = \varepsilon\phi\omega = f'(x_0)$$



➤ Πώς βρίσκουμε την **παραγώγο** μίας συνάρτησης f σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

$$f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Να βρείτε τις παραγώγους των παρακάτω συναρτήσεων

- $f(x) = x^2 - x$ στο σημείο $x_0 = 2$
- $f(x) = 3x^2 + 1$ στο σημείο $x_0 = -1$
- $f(x) = x^3 + x^2$ στο σημείο $x_0 = 0$
- $f(x) = \sqrt{x}$ στο σημείο $x_0 = 4$

➤ Πώς βρίσκουμε την **εξίσωση της εφαπτόμενης** (ε) της γραφικής παράστασης C_f μίας συνάρτησης f σε ένα σημείο της $A(x_0, y_0)$;

$$\varepsilon : y - y_0 = \lambda \cdot (x - x_0) \Leftrightarrow \varepsilon : y - f(x_0) = f'(x_0) \cdot (x - x_0)$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων των γραφικών παραστάσεων των παρακάτω συναρτήσεων στα σημεία που δίνονται:

- $f(x) = 2x^2 + x$ στο σημείο της $A(1, f(1))$
- $g(x) = x^2 - 1$ στο σημείο της $A(-1, g(-1))$
- $h(x) = \frac{1}{x}$ στο σημείο της $A(2, h(2))$

➤ Πώς υπολογίζω τον **ρυθμό μεταβολής** ενός μεγέθους f ως προς μία μεταβλητή x , όταν το $x = x_0$;

ρυθμός μεταβολής του f ως προς x , όταν $x = x_0$ →

$$f'(x_0)$$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Να βρείτε τις εξισώσεις των εφαπτόμενων των γραφικών παραστάσεων των παρακάτω συναρτήσεων στα σημεία που δίνονται:

1. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του μήκους L ενός κύκλου ως προς την ακτίνα r , όταν $r = 6$.
2. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού E ενός κύκλου ως προς την ακτίνα r , όταν $r = 3$.
3. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του όγκου V ενός κυλίνδρου ως προς το ύψος $υ$, όταν $υ = 4$.
4. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του εμβαδού E μιας σφαίρας ως προς την ακτίνα r , όταν $r = 5$.

➤ Πώς καταλαβαίνω από τη γραφική παράσταση μιας συνάρτησης σε ποια σημεία της είναι **παραγωγίσιμη** και σε ποια όχι;

- Για να ελέγξω αν είναι παραγωγίσιμη η συνάρτηση f σε ένα σημείο x_0 , θα πρέπει οπωσδήποτε το σημείο αυτό να ανήκει στο πεδίο ορισμού της A_f .
- Παραγωγίσιμη είναι στα σημεία όπου η καμπύλη C_f είναι «ομαλή» δηλαδή δεν έχει «μυτούλες».
- Για να είναι παραγωγίσιμη σ' ένα σημείο πρέπει οπωσδήποτε να είναι συνεχής στο σημείο αυτό.
- Για να είναι συνεχής σ' ένα σημείο πρέπει οπωσδήποτε να υπάρχει το όριο στο σημείο αυτό.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Να βρείτε σε ποια σημεία δεν είναι παραγωγίσιμες οι συναρτήσεις των παρακάτω γραφικών παραστάσεων.

